



Note du CSEN —

— Juillet 2024, n°12

Épreuve certifiante de mathématiques en fin de première : quelques propositions du CSEN

Rédigée par Stanislas Dehaene avec Pascal Bressoux, Monica Neagoy, Elena Pasquinelli,
Emmanuel Sander et Jill-Jënn Vie ^a

Résumé

Comment stimuler, au lycée, le goût des mathématiques pour réconcilier les élèves avec cette discipline en lui rendant ses lettres de noblesse ? La création d'une nouvelle épreuve commune de mathématiques, en fin de première, offre une opportunité exceptionnelle de changer l'image des mathématiques, bien en amont de cet examen. De nombreux élèves, découragés, quittent le secondaire avec une représentation erronée de ce que sont les mathématiques, souvent perçues comme un ensemble d'opérations, de règles, de procédures et de formules arbitraires. Au contraire, appréhender les mathématiques sous un angle dynamique, multiculturel et évolutif, en ancrant les outils mathématiques dans leur histoire, leur raison d'être, leur élégance, leur utilité pratique, et les défis intellectuels qu'ils posent, stimule la curiosité des élèves, retient l'attention et décuple le plaisir d'en savoir davantage. Nous proposons que soit conçue une épreuve originale, certifiante, qui positionne le niveau de maîtrise des connaissances et des concepts nécessaires à tous les élèves pour faire face au monde d'aujourd'hui, et qui fasse appel à la créativité, à la visualisation, au raisonnement, et à la capacité d'argumenter avec logique et précision, bien plus qu'à la simple restitution.

^a Stanislas Dehaene, professeur de psychologie cognitive expérimentale au Collège de France, Pascal Bressoux, professeur de sciences de l'éducation à l'université Grenoble Alpes, Monica Neagoy, docteure en didactique des mathématiques, autrice, consultante et formatrice internationale en mathématiques, Elena Pasquinelli, philosophe des sciences cognitives, responsable de la recherche et de l'évaluation à la Fondation La main à la pâte, Emmanuel Sander, professeur à la faculté de psychologie et des sciences de l'éducation de l'université de Genève (Suisse) et Jill-Jënn Vie, chargé de recherche à l'Inria et enseignant à l'École polytechnique.

Dans son communiqué de décembre 2023, le ministre de l'Éducation nationale, Gabriel Attal, annonçait « Je crois profondément que notre culture commune est également scientifique. Aussi, j'ai décidé qu'à compter de l'année scolaire 2025-2026, une nouvelle épreuve anticipée du baccalauréat en fin de première générale et technologique sera dédiée aux mathématiques et à la culture scientifique, pour l'ensemble de nos élèves. »

Dans la présente note, les membres du Conseil Scientifique de l'éducation nationale avancent quelques propositions sur les objectifs, les contenus et la forme que pourrait prendre cette épreuve.

Les objectifs : la notion de culture scientifique et mathématique

Nous voyons au moins trois objectifs à l'enseignement des mathématiques. L'un des aspects est **social**. Dans une démocratie moderne, la compréhension d'éléments quantifiés et la capacité de raisonnements rigoureux sur le plan du respect de la logique sont fondamentales pour former des citoyens responsables et informés, capables de se prononcer sur des questions de nature scientifique ou technique et sur les politiques publiques. Un deuxième aspect est **personnel**. Les connaissances mathématiques élargissent les options d'un individu, sa manière de percevoir une situation et d'y répondre, à la fois dans sa vie quotidienne et dans ses perspectives de carrière. Un troisième aspect est **culturel**. Citons ici un extrait du rapport du groupe d'étude sur les mathématiques de la RAND intitulé *Mathematical Proficiency for All Students* (2003) : « Les mathématiques constituent l'une des traditions intellectuelles les plus anciennes et les plus nobles de l'humanité. C'est une discipline qui donne accès à l'ensemble de la science et de la technologie, qui fournit des outils puissants pour la pensée analytique ainsi que les concepts et le langage nécessaires pour créer des descriptions précises et qualitatives du monde. Même les mathématiques les plus élémentaires impliquent des connaissances et des raisonnements d'une subtilité et d'une beauté extraordinaires ».

De nombreux élèves achèvent leurs études secondaires sans toujours

concevoir les mathématiques ni en termes de beauté intrinsèque, ni de puissance de raisonnement, ni d'utilité omniprésente. Ils considèrent alors les mathématiques comme un ensemble de définitions, de règles, de formules, d'opérations, de procédures arbitraires, le tout écrit dans un langage symbolique opaque. Ils voient les mathématiques comme une science fermée et ancienne, statique plutôt que dynamique. Ils méconnaissent le rôle des mathématiques dans la société, la manière dont elles sont apparues, la multitude de civilisations qui ont contribué à la richesse du patrimoine mathématique. Cela résulte souvent de la manière dont les mathématiques sont enseignées ainsi que de la nature même des contenus étudiés, souvent confinés à la mémorisation de formules et de procédures, et à leur application à des problèmes afin de les résoudre rapidement et de manière routinière. Il existe également une croyance selon laquelle ceux qui parviennent à faire sont intelligents, contrairement à ceux qui échouent. **Cet examen nous paraît être une opportunité de faire évoluer les croyances des élèves sur les mathématiques, et par conséquent leurs attitudes et leur intérêt.**

La place de l'histoire des mathématiques

L'un des moyens d'enrichir les conceptions des élèves en matière de connaissances mathématiques est de les exposer à l'histoire des mathématiques. Celle-ci peut montrer aux élèves que les mathématiques sont multiculturelles et évolutives.

Elle leur fait partager la vie étonnante de mathématiciens et de mathématiciennes, leur montre comment et pourquoi les mathématiques sont apparues, et les aide à découvrir le côté amusant, élégant et intéressant de la discipline. En découvrant la fascinante histoire humaine des mathématiques, les élèves apprendront également à apprécier les outils mentaux, les procédures efficaces et les modes de pensée mathématiques. Parmi quelques exemples, citons :

- Le théorème de Pythagore, qui a permis de sortir du monde des seuls faits empiriques (connus par les Égyptiens, par exemple) pour entrer dans celui de ce que nous appelons aujourd'hui la preuve, marquant ainsi une étape importante dans l'évolution des mathématiques.
- L'impact d'Euclide en tant que modèle de raisonnement mathématique qui a duré des millénaires grâce à ses *Éléments de géométrie*, qui ont été traduits et copiés plus que tout autre livre à l'exception de la Bible, jusqu'à l'époque moderne.
- La mesure ingénieuse de la circonférence de la terre par Eratosthène avec la technologie limitée du 3^{ème} siècle avant notre ère, mais avec une précision époustouflante, illustrant la beauté et la puissance de la pensée mathématique.
- Le livre d'équations algébriques d'Al-Khwarizmi, datant du 9^{ème} siècle de notre ère, qui permet de comprendre pourquoi l'algèbre a été perçue, pendant plus de 800 ans, comme la résolution d'équations statiques, jusqu'à ce que cette perception change au 17^{ème} siècle, avec l'avènement de la phase dynamique de l'algèbre.
- René Descartes, qui a transformé les mathématiques pour toujours avec l'introduction de son plan cartésien - une vision qui lui est venue en rêve - en faisant converger le nombre et l'espace pour obtenir des équations algébriques de la géométrie.
- Georg Cantor qui, en 1862, a démontré une idée impensable à l'époque, à savoir qu'il existe différentes sortes d'infinis, avec des cardinalités différentes.

Il y a tant d'autres histoires vraies qui fascinent les gens, comme le système binaire de Leibnitz en 1701, le fondement de notre informatique, issu de la machine d'Alan Turing, un outil théorique qui a posé les bases ayant conduit aux ordinateurs numériques modernes.

Ces histoires peuvent édifier et enseigner, ouvrir les esprits et stimuler la curiosité. Elles peuvent changer l'image des mathématiques, qui n'est pas une litanie de sujets sans lien entre eux. Elles peuvent faire comprendre la raison d'être de nombreux outils mathématiques qui ont, historiquement, servi à résoudre des problèmes importants et souvent concrets ou qui se posent naturellement.

La boîte à outils mathématiques

La terminologie « culture mathématique et scientifique », parfois utilisée par le ministère, demande donc à être précisée. Elle ne doit en aucun cas se borner à un simple vernis de culture historique (des dates, des noms et des histoires à dérouler). L'essentiel est que chaque élève sorte du lycée avec une solide **boîte à outils mentaux, des concepts précis, efficaces et pratiques** pour affronter le monde d'aujourd'hui et pour raisonner et argumenter avec logique et précision. C'est pour y parvenir qu'il peut être utile de faire appel à l'histoire des mathématiques et des sciences afin de motiver l'intérêt de ces outils et de ces concepts.

Les contenus suivants nous paraissent décrire, approximativement, le bagage de connaissances qui devrait être connu en fin de première générale et technologique, évidemment à des degrés divers :

- Types de nombres (entiers, relatifs, décimaux, fractions) et calcul avec ces nombres.
- Connaissances multiplicatives : fractions, pourcentages, rapports, proportionnalité, règle de trois.
- Mesures (distance, périmètre, surface, volume, angle, etc.).

- Ordres de grandeur : puissances de dix, unités de mesure.
- Algèbre et résolution d'équations.
- Formes géométriques et leurs propriétés (surfaces, symétries, etc).
- Vision dans l'espace, en 2D et en 3D (projections, plans, cartes).
- Fonctions mathématiques linéaires et non-linéaires (exponentielle, logarithmique).
- Calcul des variations : dérivée, intégrale et notions associées (vitesse, accélération).
- Perception des graphiques de données, adéquation d'une courbe avec des données.
- Statistique : notions de moyenne, variabilité, incertitude, tendance...
- Probabilités : dénombrement, formule du binôme, probabilités conditionnelles...
- Algorithmique : séquence d'instructions, instructions conditionnelles, boucles...

Les objectifs de l'épreuve

Pour tenter d'atteindre ces objectifs ambitieux, nous pensons que, plutôt qu'une épreuve classique, il serait souhaitable de concevoir une épreuve **certifiante**, qui vise à :

- Aider chaque élève à **situer son niveau de connaissance** dans le vaste univers des mathématiques.
- Mesurer la maîtrise de **mathématiques utiles dans des situations de la vie courante**, quelle que soit la future profession de l'élève.
- Confronter chaque élève à des **problèmes nouveaux et variés**, dont la résolution fait appel à la créativité autant qu'aux notions mathématiques enseignées, sans possibilité de bachotage ni d'utilisation de stratégies routinières.

Ces trois objectifs devraient permettre d'en atteindre un quatrième : réorienter, au moins en partie, l'enseignement des mathématiques en amont, afin de **réconcilier certains élèves avec les**

mathématiques. Si de nombreux élèves abandonnent la filière maths, c'est parce qu'ils n'en perçoivent ni l'intérêt pratique pour leur futur métier, ni le plaisir intellectuel à se confronter avec le casse-tête que pose un problème nouveau. C'est pourquoi il est important de **ne pas créer un énième examen douloureux**, mais une épreuve originale, conçue pour stimuler l'intelligence et la créativité, avec des problèmes intéressants, souvent en lien avec des questions qui ont joué un rôle important dans l'histoire des mathématiques.

La définition d'un examen a toujours, en retour, un effet sur sa préparation en classe en amont. Nous espérons que ce type d'examen pourra, dès la seconde et la première, voire dès le collège, créer un effet d'anticipation. Il ne s'agit plus d'absorber un flot de mathématiques, mais de se préparer à résoudre des problèmes intéressants, utiles, variés, et naturels, souvent issus de l'histoire des mathématiques ou des sciences. Cette préparation pourrait s'appuyer sur [la Problémathèque](#), la banque de « beaux problèmes » conçue par des professeurs de maths et le CSEN, et qui elle-même va encore être enrichie en problèmes de ce type. Le site Mathigon (<https://fr.mathigon.org>) offre également une approche ludique et inspirante des mathématiques.

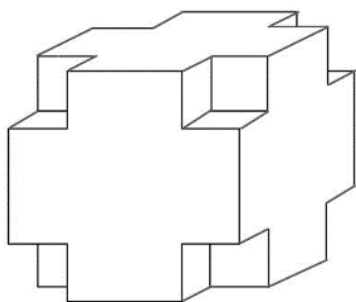
Une approche similaire a été adoptée par le ministère de l'éducation polonais, avec un franc succès (voir l'exposé de Zbigniew Marciniak : [Mathématiques - Comment a-t-on amélioré l'enseignement des mathématiques en Pologne? - Réseau Canopé \(reseau-canope.fr\)](#)). La modification de l'examen final y a eu un fort effet positif, en retour, sur le niveau en mathématiques des années qui précèdent. Dans d'autres pays comme la Hongrie ou la Russie, l'enseignement en mathématique s'appuie, très tôt, sur l'exigence de résoudre des problèmes, d'abord informellement, puis avec une exigence croissante de précision dans l'argumentation et la démonstration – or chacun sait que c'est dans ce domaine de la résolution de problèmes nouveaux que les élèves français montrent de graves lacunes aux épreuves PISA.

Les contenus concernés

En accord avec les objectifs listés ci-dessus, l'épreuve pourrait porter sur tous les domaines de la boîte à outils précédentes, et comprendre deux parts de volumes équivalents :

- une part consacrée à des problèmes concrets (par ex. lecture de données sur un diagramme, calculs de surfaces nécessaires à la construction d'un objet, etc.).
- une part consacrée à de beaux problèmes mathématiques qui exigent créativité et insight (par ex. quelle est la surface de ce cube de 8 cm de côté, duquel on a enlevé un petit cube de 1 cm à chaque coin ?).

Dans un cas comme dans l'autre, il doit être possible d'identifier, au moins pour partie, des problèmes issus de situations scientifiques, historiques ou culturelles authentiques et attrayantes.



Une épreuve certifiante

Le CSEN a maintes fois souligné l'importance que tous les élèves de la filière générale et technologique maîtrisent, à minima, les outils mathématiques listés ci-dessus. Il nous paraît donc essentiel de **ne pas renoncer à l'idée que tous**

les élèves soient confrontés au même examen, quel que soit leur parcours en mathématiques, comme annoncé par le ministre.

Il est possible de le faire dans de bonnes conditions avec une épreuve certifiante. L'idée est de proposer une hiérarchie de problèmes de difficulté très progressive, depuis le très facile, rapidement réussi par 90 % des élèves, jusqu'à des défis plus sérieux. L'objectif n'est pas de délivrer une note, mais **un niveau de maîtrise**, éventuellement décliné en scores distincts pour chaque grand domaine des mathématiques. L'utilisation de scores plutôt que de notes nous paraît susceptible de modérer l'image négative des mathématiques et de motiver de nombreux élèves à s'exercer, comme des sportifs, afin de s'améliorer.

L'épreuve pourrait s'inspirer de Pix, qui apporte une certification dans le domaine du numérique et de l'informatique. L'intérêt de faire appel à un outil informatique tel que Pix est de permettre **une épreuve adaptative**. En quelques questions, le logiciel cerne le niveau d'un élève et lui propose ensuite des problèmes à son niveau, ni décourageants, ni trop faciles. Derrière la façade, des algorithmes sophistiqués permettent de déterminer, pour chaque problème, son niveau de difficulté et, inversement, d'attribuer un niveau de maîtrise fiable à chaque élève, de façon plus rapide, efficace et ludique qu'avec une épreuve standard sur papier.

Nous proposons donc d'utiliser le cadre logiciel de Pix. Il s'agit d'une ressource française, un commun numérique issu d'une startup d'État du ministère de l'Éducation, entièrement disponible en open source sous licence libre AGPLv3. Il

faudrait l'alimenter en beaux problèmes mathématiques. À noter que, pour beaucoup de domaines, il serait possible de concevoir des générateurs automatiques d'une infinité de variantes de problèmes.

L'idéal serait évidemment que l'épreuve certifiante puisse être intégralement réalisée sur ordinateur par tous les élèves. Il nous paraît possible d'y parvenir dans le délai de deux ans avant la première épreuve (septembre 2026). Mais, même si ce n'était pas le cas, le cadre Pix pourrait permettre de produire une épreuve sur papier de niveau bien contrôlé – tout en conservant l'avantage de permettre l'entraînement des élèves tout au long des années précédentes, et de certifier également quiconque le souhaite. L'éducation nationale et l'enseignement supérieur se doteraient ainsi d'un nouvel outil certifiant utile pour de nombreuses filières, comparable en cela au TOEFL pour le niveau en anglais.

**Retrouvez l'intégralité
des textes du CSEN
sur le lien suivant**

[reseau-canope.fr/conseil-
scientifique-de-leducation-
nationale](https://reseau-canope.fr/conseil-scientifique-de-leducation-nationale)

Ce qu'il faut retenir

- Les élèves se forgent des croyances et ont des perceptions erronées de ce que sont véritablement les mathématiques. Ils les perçoivent, à tort, comme une discipline élitiste, ancienne et fermée.
- Changer les représentations qu'ont les élèves et motiver leur intérêt pour les mathématiques est possible, à condition de les aborder sous un angle dynamique, multiculturel et évolutif, en démontrant tout le sens et la beauté des outils et des concepts scientifiques, conçus historiquement pour résoudre des problèmes concrets importants.
- Stimulant l'intelligence et la créativité à partir de problèmes concrets et nouveaux, l'épreuve certifierait un niveau de maîtrise, dans des situations de la vie courante et pour chaque domaine des mathématiques. Elle attesterait de l'acquisition de solides outils mentaux, de concepts précis, de procédures efficaces et pratiques, de la capacité à savoir raisonner et argumenter avec logique et précision.
- En s'inspirant de PIX, service public en ligne, l'épreuve impliquerait les élèves dans leur parcours de formation, en leur offrant la possibilité de s'évaluer régulièrement, de développer et certifier leurs compétences mathématiques.