

symboles et les procédures formelles; ils aident les élèves à saisir les fractions, les décimaux et les pourcentages comme des grandeurs; ils utilisent des modèles concrets et des contextes du monde réel pour donner un sens aux fractions utilisées; ils favorisent les liens entre les modèles visuels ou tactiles et les notations symboliques formelles.

3.3.3 Propositions pédagogiques

La recommandation la plus importante est de ne pas limiter la compréhension d’une fraction a un modèle mental tel que que « $\frac{a}{b}$ veut dire prendre a parties parmi b parties égales » mais d’élargir l’interprétation de $\frac{a}{b}$ comme « a copies ou itérations de la fraction unitaire » (CCSSM¹¹, National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers, 2010). Cette approche doit favoriser la compréhension des fractions, par exemple $\frac{3}{5}$, comme des constructions multiplicatives, c’est-à-dire comme « 3 itérations de $\frac{1}{5}$ » qui devient « 3 fois $\frac{1}{5}$. » Les élèves pourront ainsi envisager sans difficulté majeure la fraction $\frac{7}{5}$ plus tard comme 7 « un cinquième » ou « 7 fois $\frac{1}{5}$ ».

Dans l’objectif d’aider les élèves à dépasser le stade d’une expertise routinière des calculs avec les fractions et à favoriser le développement d’une expertise plus flexible et pourvu de sens, plusieurs propositions peuvent ainsi être données :

- n’introduire les opérations formelles avec des fractions qu’une fois que les élèves ont développé un sens de la grandeur relative des fractions, ce qui peut s’appuyer sur des modèles concrets (modèle en barre, ligne numérique);
- donner aux élèves l’opportunité de développer une compréhension approfondie de l’équivalence des fractions au-delà du simple algorithme $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$;
- mettre l’accent sur l’estimation lorsque sont enseignées les opérations avec des fractions avant d’introduire les algorithmes de calcul ;
- établir des liens entre la signification des opérations avec des nombres entiers et des opérations avec des fractions tout en soulignant les différences de procédures;
- ancrer les opérations sur les fractions dans des contextes de la vie quotidienne pour aider les élèves à mieux saisir la signification des procédures de calcul sur des fractions.

Les pistes ci-après pour des activités sur les fractions ne sont pas des exercices mathématiques scolaires traditionnels. L’objectif des propositions suivantes est de cultiver chez l’élève un sens des fractions, de l’unité, de la comparaison, des opérations qui soit ancré dans une compréhension plus profonde des concepts mathématiques. Il s’agit de favoriser le développement d’une « expertise adaptative » plutôt qu’une « expertise de routine ».

Activités autour de différentes significations d’une fraction afin de favoriser la mise en lien entre plusieurs sens d’une fraction : une partie d’un tout, une division (l’action de diviser et le quotient obtenu), et une partie d’un ensemble.

Par exemple, pour la fraction $\frac{5}{6}$, on cherche en classe des contextes pour lesquels, elle peut avoir le sens de

- « partie d’un tout » (par exemple 5 parts de pizza, d’une pizza découpée en 6 parts)
- « action de diviser » (par exemple partager 5 tartelettes équitablement entre 6 personnes)
- « quotient » (par exemple, chaque personne reçoit 5/6 d’une tartelette dans l’exercice précédent)
- « partie d’une collection ou d’un ensemble » (par exemple, la fraction de cubes rouges dans un groupe de 18 cubes dont 15 sont rouges et 3 bleus)
- « placement sur la ligne numérique » (partager le segment [0, 1] en 6 segments égaux et placer 5/6)

11 Common Core State Standards for Mathematics

Activités destinées à soutenir la compréhension que le dénominateur indique de quelles parties fractionnées il s’agit et que les parties fractionnées du tout sont toujours égales.

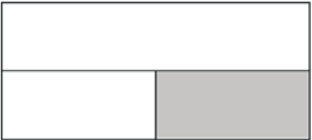
Par exemple, Idris et Adèle discutent de la fraction qui correspond à la partie grisée par rapport au tout (la figure dans sa totalité) : Idris dit : « C’est $\frac{1}{3}$ du tout. »; Adèle réagit : « Non, moi je crois que c’est $\frac{1}{4}$. »

Le professeur demande aux deux élèves d’expliquer leur raisonnement.

A ton avis, quelle pourrait être l’explication d’Idris ?

A ton avis, quelle pourrait être l’explication d’Adèle ?

Es-tu d’accord avec Idris ou avec Adèle ? Explique pourquoi



Activités destinées à comprendre les fractions inférieures et supérieures à 1 comme des multiples d’une fractions unitaire, en les représentant sur la droite numérique.

Par exemple, fais des bonds sur la droite numérique. Place la fraction $\frac{1}{4}$ sur la droite numérique. Fais ensuite des bonds de « $\frac{1}{4}$ » jusqu’à $\frac{3}{4}$, puis jusqu’à $\frac{7}{4}$. Place ces deux fractions sur la droite numérique. Pour atteindre $\frac{7}{4}$, tu es passé par la fraction $\frac{4}{4}$. Donne un autre nom à cette fraction.



Place la fraction $\frac{1}{3}$ sur la droite numérique. Fais ensuite des bonds de « $\frac{1}{3}$ » jusqu’à $\frac{2}{3}$, puis jusqu’à $\frac{5}{3}$. Place aussi ces deux fractions sur la droite numérique. Quelle est la distance entre les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{3}$ sur la droite numérique ? Explique ta réponse.

Activités destinées à soutenir la compréhension que l’unité n’est pas nécessairement un seul objet.

Par exemple, la partie grisée représente la part restante de deux gâteaux.



Emma dit que la fraction de gâteaux mangée est $\frac{5}{3}$, et Koffi affirme que c’est $\frac{5}{6}$.

Essaie d’expliquer le raisonnement d’Emma.

Essaie d’expliquer maintenant le raisonnement de Koffi.

Es-tu plutôt d’accord avec Emma ou avec Koffi ?

Montre qu’en choisissant des unités différentes, Emma et Koffi peuvent tous les deux avoir raison.

Un autre exemple d’activité portant sur cette compréhension de l’unité pourrait être : « J’ai 3 bouteilles. J’en ai bu le tiers. Colorie ce que j’ai bu. Propose plusieurs réponses ». 2 points de vue sont possibles : un tiers de chaque bouteille, ce qui fait 3/3 ou 1 bouteille (l’unité est la bouteille), a pu être bu ; ou un tiers des 3 bouteilles, ce qui fait 1 bouteille (l’unité est les 3 bouteilles).



Activités destinées à soutenir la compréhension que le choix de l'unité peut varier.

Par exemple, la flèche désigne un point P de la droite numérique qui représente un nombre.



Indique en vert où se trouve le nombre 1 si le point P représente le nombre 3.

Indique en bleu où se trouve le nombre 1 si le point P représente le nombre $\frac{3}{4}$.

Indique en rouge où se trouve le nombre 1 si le point P représente le nombre $\frac{3}{2}$.

Activités destinées à faire appel à l'estimation de l'ordre de grandeur des fractions avant d'enseigner les algorithmes de calculs, pour développer le sens donné aux opérations et anticiper l'ordre de grandeur des résultats.

Par exemple, la somme $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ est-elle supérieure ou inférieure à $\frac{1}{2}$?

Est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

Léa n'a pas fait de calcul pour répondre à ces deux questions. Elle a répondu ainsi :

« $\frac{2}{3}$ est supérieur à $\frac{1}{2}$ donc la somme est aussi supérieure à un $\frac{1}{2}$. »

« Il faudrait ajouter $\frac{1}{3}$ à $\frac{2}{3}$ pour faire $\frac{3}{3}$, ce qui fait 1. Mais puisque $\frac{1}{6}$ est inférieur à $\frac{1}{3}$, la somme est inférieure à 1 ».

En utilisant le même type de raisonnement que Léa, peux-tu dire si la différence $\frac{7}{8} - \frac{2}{4}$

- est supérieure ou inférieure à $\frac{1}{2}$?
- est supérieure ou inférieure à 1 ?

Activités destinées à s'assurer que l'élève ne s'appuie pas sur la seule conception bipartite des fractions

Proposer des exercices de comparaisons de fractions discordants avec les stratégies intuitives telles que « plus le numérateur ou dénominateur est grand, plus la fraction est grande » : dans le cas d'une paire discordante comme $\frac{2}{9}$ vs $\frac{1}{3}$, si l'élève compare les numérateurs ($2 > 1$) et les dénominateurs ($9 > 3$), il conclut de façon erronée que $\frac{2}{9} > \frac{1}{3}$. Pour réussir, l'élève doit percevoir la fraction comme grandeur.

Activités destinées à favoriser le développement de l'expertise adaptative, fondée sur une diversité de codage d'une même situation

Introduire des énoncés de problèmes pouvant se résoudre par plusieurs stratégies distinctes grâce à l'adoption de deux points de vue, soit celui de structure bipartite, soit celui de grandeur.

Un problème de fraction pour favoriser l'adoption du point de vue de la fraction comme structure bipartite et du point de vue de la fraction comme grandeur peut être le suivant : « Au goûter, il y a 2 cakes, un avec des noix et un avec des raisins. Julia, Yliès et Mylan veulent se partager les cakes. Ils veulent tous les 3 manger la même quantité. Quelle fraction de cake va manger Julia ? » Il existe 2 réponses possibles : Julia mangera $\frac{1}{3}$ de chaque cake ou Julia mangera $\frac{2}{3}$ d'un cake. Dans la conception bipartite de la fraction, la réponse de l'élève sera $\frac{1}{3}$ de chaque cake, car cette conception consiste à partager chaque tout (ici un cake) en parties.

La phrase en gras ajouté à l'énoncé est susceptible de favoriser l'adoption d'un deuxième point de vue, et donc un recodage de l'énoncé (1.3.3) qui adopte la perspective d'une fraction comme grandeur : « Au goûter, il y a 2 gâteaux : un avec des noix et un avec des raisins. Julia, Yliès et Mylan veulent se partager les cakes. **Julia est allergique aux noix.** Ils veulent tous les 3 manger la même quantité. Quelle fraction de cake va manger Julia ? ». Dans ce dernier énoncé, étant donné que Julia est allergique au cake aux noix, elle peut manger uniquement le cake aux raisins. Ce deuxième énoncé favorise la solution de donner les deux tiers d'un cake aux raisins à Julia.